Opstel over het hoorcollege 'TV en Media'

In dit college sprak dhr. F. Verhulst over hoe de wiskunde terug komt in de media. Ter illustratie liet hij een televisieprogramma zien, waarin gediscussieerd werd over een interessant onderwerp: 'wat is chaos'. Omdat dat onderwerp me nogal fascineerde, ga ik het daar eerst over hebben in dit opstel.

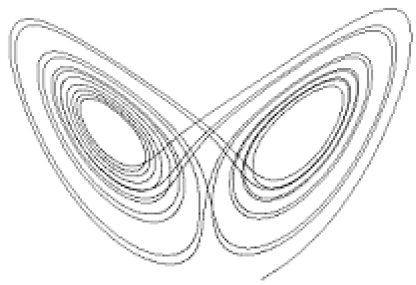
In het programma zaten verschillende wetenschappers rond de tafel, die allen op een of andere manier wel wat hebben gedaan met betrekking tot onderzoek naar chaos. Het gesprek gaat al heel snel richting de grootste chaos op deze planeet: het weer. Hoe groot onze technologische mogelijkheden nu al zijn, het weer is nog steeds niet goed te voorspellen. Hoe komt dat eigenlijk? Misschien omdat de wetenschap niet zo slim bezig is, oppert de presentator meermaals. Er is echter wat anders aan de hand.

Het weer heeft natuurlijk veel te maken met luchtverplaatsing door verschil in hoge en lage luchtdruk. Deze dynamica is goed te beschrijven met natuurkundige wetten, maar toch lukt het voorspellen van windrichting, windkracht en de plaats van hoge- / lagedruk gebieden ons niet goed. Dat dit ons niet lukt, werd in het programma goed laten zien door middel van een computersimulatie. Hierin viel goed te zien dat een kleinste afwijking in de beginwaarden en totaal andere eindsituatie tot gevolg heeft. Daar ligt het probleem dus ook: als we de beginsituatie van het weer op dit moment precies genoeg konden meten, was het voorspellen van het weer niet zo probleem geweest. Maar met de meetonzekerheid die we nu nog hebben kunnen we het weer nooit ver vooruit voorspellen.

De gebruikte simulatie was een Lorentzmodel. Dit is een model die in een 3-dimensionale ruimte met behulp van 3 vergelijkingen een deeltje rond twee 'attractors' laat vliegen. Het is dus niet echt een model van het weersysteem. Het gaat echter wel om een deterministisch systeem, een systeem die zich volgens vooraf vastgestelde regels gedraagt, net zoals het weer. De regels in dit systeem zijn de 3 vergelijkingen:

X-nieuw = X-oud - 1 + D * A * (Y-oud - X-oud)
Y-nieuw = Y-oud + D * (X-oud * (C - Z-oud) - Y-oud)
Z-nieuw = Z-oud + D * (X-oud * Y-oud - B * Z-oud)

A,B,C, en D zijn variabelen die te maken hebben met de attractoren

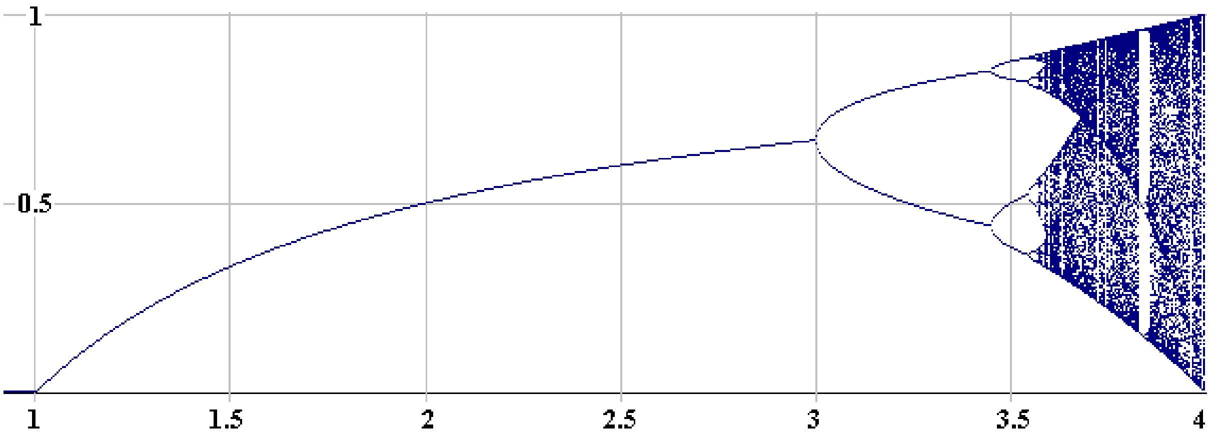


Bovenstaand figuur is een dergelijke simulatie. 2 nagenoeg gelijke beginpunten geven 2 totaal verschillende routes

Lorentz was degene die deze simulatie had bedacht, toen hij probeerde het weer te voorspellen met behulp van computersimulaties. Omdat bovenstaand figuur een beetje op een vlinder lijkt, spreekt men ook wel over ‘de Lorentzvlinder’. Een bijbehorend citaat van hem is: 'kan de vleugelslag van een vlinder in Brazilië een tornado in Texas veroorzaken?’. Hiermee bedoelt hij dus dat een kleine parameterverandering (de vlinder) een compleet ander weer tot gevolg kan hebben (de tornado). In de wiskunde treedt chaotisch gedrag dus ook al op bij eenvoudige modellen, zoals we net zagen. Een wiskundige analyse van wat chaos nou precies is, in hoeverre iets chaotisch is en wat de gevolgen hiervan zijn, zijn maar een paar interessante vragen die gesteld werden als reactie op Lorentz’ model. Hier is de chaostheorie ontstaan.

Nog een voorbeeld van chaos is er een die ik gevonden heb bij de universiteit van Groningen; het betreft hier een haringpopulatie. De grootte van de populatie wil men beschrijven in een model. Logisch is om te denken aan een logistisch model, beschreven door bijvoorbeeld $x_n = a\,(1-x_{n-1})\,x_{n-1}$. De variabele a is een soort van groeifactor en moet worden aangepast aan de werkelijkheid. Het is logisch dat als je wat speelt met die variabele dat je andere uitkomsten krijgt. Maar ook hier is goed te zien dat als je de groeifactor maar een beetje verandert, dat je dan totaal andere uitkomsten krijgt.

Een soort grafiek dat vaak wordt gebruikt bij chaostheorie is er een, die het verband weergeeft tussen de variabelen en de waarden waarheen de (chaotische) antwoorden convergeren. Als ze convergeren, Bij de haringpopulatie bijvoorbeeld:



een bifurcatiediagram

Hier ziet men duidelijk dat voor a<3 de antwoorden keurig convergeren, maar vanaf 3 begint het vreemder te worden. Het lijkt eerst te convergeren naar 2 verschillende waardes (ofwel periodieke waardes), dan 4, en daarna… chaos. Tenminste, zo lijkt het. Chaostheorie onderzoekt dat. In dit geval zie je dat bijvoorbeeld bij a=3.8, dat daar periodiciteit optreedt. Verder onderzoek toont aan dat je zelfs voor elke periode *p* een waarde van a kunt vinden zodat er in de uitkomst periodiciteit optreedt! Er zit dus toch nog wel orde in de chaos.

Jammer vond ik wel dat er in het televisieprogramma hier niet zover over werd doorgegaan, maar dat is ook logisch; het zou dan niet veel kijkcijfers trekken. Het gaat er in die wereld alleen om amusementswaarde, niet onderwijs. Dat is de taak van de universiteit, die op zijn beurt de media kan gebruiken om zichzelf te promoten.

Albert-Jan Yzelman