

Het beheer van een elektriciteitsnet

Wouter Stekelenburg, Albert-Jan Yzelman

23-06-2003

1 Inleiding

In dit verslag gaan we er ons over buigen, hoe we zo efficiënt mogelijk bepaalde vastgezette middelen in het electriciteitsnet zo optimaal mogelijk kunnen gebruiken. We richten ons op een net met 11 transformator-stations, 'genummerd' van A tot K. Elk van die stations heeft een behoefte aan MW's, en sommige stations hebben de beschikking over een energiecentrale die dus stroom produceert. Tussen de steden hebben is een net opgebouwd, bestaande uit hoogspanningsleidingen tussen bepaalde stations. Zo'n hoogspanningsleiding kan 500MW vervoeren. Tussen sommige stations zijn er meerdere hoogspanningsleidingen gebouwd. Deze informatie staat hieronder in tabellen samengevat:

	capaciteit	behoefte
A	3000 MW	3500 MW
B		700 MW
C	2000 MW	500 MW
D		1500 MW
E		2500 MW
F	2000 MW	500 MW
G	3000 MW	1000 MW
H		1000 MW
I	3000 MW	1200 MW
J		1000 MW
K	3000 MW	1300 MW

	afstand	capaciteit
A - B	75 km	5
A - D	225 km	4
B - E	200 km	4
C - D	100 km	4
C - E	75 km	4
D - E	150 km	3
D - F	50 km	3
D - H	250 km	2
D - I	300 km	2
D - J	175 km	1
E - F	125 km	4
E - G	200 km	3
F - H	225 km	2
G - H	250 km	3
H - I	150 km	3
H - K	100 km	3
I - J	200 km	4
I - K	100 km	5

Dingen zouden natuurlijk niet zijn zoals ze zijn als ze niets zouden kosten. Zo ook in dit geval. Het kost bijvoorbeeld geld stroom op te wekken. Een MWh kost 200 euro in een 3GW-centrale, en 210 euro in een 2GW-centrale. Ook het vervoeren van stroom kost geld, en wel 200 euro per GWh per kilometer. Dit komt neer op 20 eurocent per MWh per kilometer. We hebben ook onderhoudskosten voor het netwerk, dit bedragen 200.000 euro per kilometer kabel per jaar. De onderhoudskosten voor een centrale van 2GW zijn 100 miljoen per jaar, en voor een van 3GW is dat 120 miljoen per jaar.

2 Optimalisatie

Nu is het natuurlijk de kunst om deze middelen met zo laag mogelijk kosten aan te wenden, om de behoeften tegemoet te komen. Welnu, hiervoor moeten we veel ongelijkheden opstellen. We bekijken dit probleem per verbinding tussen 2 stations. Zo kunnen we op de eerste plaats makkelijk formules voor kosten berekenen. Stel we noemen de stroom die gaat van A naar B, ab , en de stroom die andersom gaat, ba . Dan is de kosten van de stroomverplaatsing tussen A en B dus gelijk aan

$$0.2 \cdot (ab + ba) \cdot 75$$

Dus de formule voor de totale kosten van alle stroomverplaatsing wordt:

$$\text{verpl} = 0.2(75(ab + ba) + 225(ad + da) + 100(cd + dc) + 200(be + eb) + 75(ce + ec) + 150(de + ed) + 50(df + fd) + 125(ef + fe) + 200(eg + ge) + 250(dh + hd) + 225(fh + hf) + 250(gh + hg) + 300(di + id) + 150(hi + ih) + 175(dj + jd) + 200(ij + ji) + 100(hk + kh) + 100(ik + ki))$$

Dan is er ook nog de kosten van stroomopwekking. Om deze te kunnen berekenen hebben we eerst formules nodig om te bekijken hoeveel stroom elke centrale moet opwekken. Deze zijn bijvoorbeeld voor centrale a: $a = 3500 + ab + ed - ab - ed$. Ofwel, de stroom dat a moet produceren is gelijk aan de behoefte van a, plus de stroom die a stuurt naar b en d, minus de stroom dat a krijgt van b en d. Dit doet men dus voor a tot en met k, en dan krijg je de vergelijkingen:

$$a = 3500 + ab + ad - ba - da,$$

$$b = 700 - ab + ba + be - eb,$$

$$c = 500 + cd + ce - dc - ec,$$

$$d = 1500 - ad - cd + da + dc + de + df + dh + di + dj - ed - fd - hd - id - jd,$$

$$e = 2500 - be - ce - de + eb + ec + ed + ef + eg - fe - ge,$$

$$f = 500 - df - ef + fd + fe + fh - hf,$$

$$g = 1000 - eg + ge + gh - hg,$$

$$h = 1000 - dh - fh - gh + hd + hf + hg + hi + hk - ih - kh,$$

$$i = 1200 - di - hi + id + ih + ij + ik - ji - ki,$$

$$j = 1000 - dj - ij + jd + ji,$$

$$k = 1300 - hk - ik + kh + ki$$

Vervolgens kun je met deze formules een formule opstellen voor de kosten van de stroomopwekking:

$$\text{opw} = 200(a + g + i + k) + 210(c + f)$$

We hebben nu formules voor de variabele kosten opgesteld. Kosten voor onderhoud zijn statisch en kunnen dus moeilijk geminimaliseerd worden. Opwekkingskosten en verplaatsingskosten kunnen wel geminimaliseerd worden, en dat gaan we ook doen, met behulp van lineair programmeren.

De functie die we minimaliseren willen is dus:

$$\text{minimalisand} = \text{verpl} + \text{opw}.$$

Welnu, een groot stelsel zoals deze is behoorlijk moeilijk met de hand op te lossen. Daarom gebruiken we wederom maar weer mathematica. Ons oog valt op de functie `ConstrainedMin[f,constr,vars]`. Deze krachtige functie minimaliseert de functie `f` met oog op de beperkingen die staan in `constr`, en de variabelen die in `vars` staan zijn die variabelen waarin geminimaliseerd moet worden. We hebben de te minimaliseren functie `f` al, namelijk `minimalisand`. Nu moeten we nog een aantal constraints opstellen. Logisch is dan gelijk te beginnen met de constraints voor de toevoer van energie van station naar station. We weten bijvoorbeeld dat tussen A en B, 5 leidingen liggen. De capaciteit is daar dus $5 \cdot 500 = 2500$ MW. In formuleform dus: `ab <= 2500`. En ook: `ba <= 2500`, voor als de stroom de andere kant op gaat. Let wel, we zetten niet `ab+ba <= 2500`, want dan wordt of `ab` of `ba` ongelimiteerd klein, als we minimaliseren. Laten we voor alle verbindingen deze constraints opstellen:

$$ab \leq 2500,$$

$$ad \leq 2000,$$

$$be \leq 2000,$$

$$cd \leq 2000,$$

$ce \leq 2000,$
 $de \leq 1500,$
 $df \leq 1500,$
 $dh \leq 1000,$
 $di \leq 1000,$
 $dj \leq 500,$
 $ef \leq 2000,$
 $eg \leq 1500,$
 $fh \leq 1000,$
 $gh \leq 1500,$
 $hi \leq 1500,$
 $hk \leq 1500,$
 $ij \leq 2000,$
 $ik \leq 2500,$
 en omgekeerd: ($ba \leq 2500...$)

We mogen natuurlijk echter niet vergeten, dat er maar een beperkt aantal energiecentrales is en dat deze centrales niet oneindig veel stroom kunnen produceren; meer constraints dus. Dit is op zich niet al te moeilijk te doen, aangezien we al formules hadden opgesteld wat elke transformator-station voor zichzelf zou moeten produceren. We kunnen de constraints dus als volgt weergeven:

$a \leq 3000,$
 $b \leq 0,$
 $c \leq 2000,$
 $d \leq 0,$
 $e \leq 0,$
 $f \leq 2000,$
 $g \leq 3000,$
 $h \leq 0,$
 $i \leq 3000,$
 $j \leq 0,$
 $k \leq 3000$

Dit zijn alle constraints die we nodig hebben. De variabelen waarin we minimaliseren zijn de verbindingen tussen de stations; we proberen er zo min mogelijk door heen te laten lopen. vars bestaat dus uit ab,ba,ad,enz... We kunnen nu de boel invoeren in mathematica:

```

In = ConstrainedMin[minimalisand,constr,vars]
Out = {3.233 106, {ab → 0, ba → 0, ad → 0, da → 500., be → 0, eb → 700., cd → 0,
dc → 0, ce → 1500., ec → 0, de → 0, ed → 0, df → 0, fd → 1300., dh → 0, hd → 0,

```

$di \rightarrow 0, id \rightarrow 700., dj \rightarrow 0, jd \rightarrow 0, ef \rightarrow 0, fe \rightarrow 200., eg \rightarrow 0, ge \rightarrow 1500., fh \rightarrow 0, hf \rightarrow 0, gh \rightarrow 0, hg \rightarrow 0, hi \rightarrow 0, ih \rightarrow 0, hk \rightarrow 0, kh \rightarrow 1000., ij \rightarrow 1000., ji \rightarrow 0, ik \rightarrow 0, ki \rightarrow 0\}$

Bovenstaande uitvoer laat zien wat precies de stromingen zijn tussen de stations, en wat de totale variabele kosten per uur zijn. Deze zijn dus 3.233.000 Euro. Door middel van invullen kunnen we ook nagaan op welke kracht elke centrale loopt:

```
In = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k} \\  
Out = {3000, 0, 2000, 0, 0, 2000, 2500, 0, 1900, 1000, 2300}
```

3 Investeringsen

We kunnen bekijken of ons net niet efficiënter kan worden gebruikt door middel van investeren. Hiertoe kunnen we verschillende dingen doen:

- Weghalen van hoogspanningslijnen (500000 euro per kilometer)
- Extra hoogspanningslijnen plaatsen (1 miljoen euro per kilometer)
- Weghalen van een centrale (10 miljoen euro per kilometer)
- Het ombouwen van een 2GW centrale naar een 3GW centralen (kosten 150 miljoen)
- Het ombouwen van 3GW naar 2GW (kosten 100 miljoen)
- Nieuwe 2GW centrale bouwen (800 miljoen)
- Nieuwe 3GW centrale bouwen (900 miljoen)
- Bouwen van kerncentrale van 4GW (kosten 2 miljard, onderhoud 200 miljoen per jaar, 175 euro voor 1 MWh)

Een paar electriciteitsmaatschappijen wil inderdaad investeren in een efficiënter net, met als eis dat de investeringen zich binnen 3 jaar terugverdienen.

Laten we eerst een simpel voorbeeld geven. Stel, we hebben eerst bekeken hoe de stroom zou lopen als er geen beperkingen waren door capaciteitsproblemen. Dit zou betekenen dat de stroom automatisch de meest efficiënte weg zou lopen; wij vullen dit in in mathematica:

```
In = constr2 = {a <= 3000, b <= 0, c <= 2000, d <= 0, e <= 0,  
               f <= 2000, g <= 3000, h <= 0, i <= 3000, j <= 0,  
               k <= 3000};
```

```
In = ConstrainedMin[minimalisant, constr2, vars]
```

```

Out = {3.2215*^6, {ab -> 0, ba -> 0, ad -> 0, da -> 500, be -> 0,
  eb -> 700, cd -> 300., dc -> 0, ce -> 1200, ec -> 0, de -> 0,
  ed -> 0, df -> 0, fd -> 1500, dh -> 0, hd -> 0, di -> 0, id -> 200,
  dj -> 0, jd -> 0, ef -> 0, fe -> 0, eg -> 0, ge -> 2000, fh -> 0,
  hf -> 0, gh -> 0, hg -> 0, hi -> 0, ih -> 0, hk -> 0, kh -> 1000,
  ij -> 1000, ji -> 0, ik -> 0, ki -> 0}}

```

We zien dat de nieuwe resultaten niet zoveel verschillen van de oude. Maar het scheelt toch wel even $3.233000 - 3.221.500 = 11.500$ euro, per uur. Laten we even kijken welke capaciteiten we moeten uitbreiden: De verbinding G-E vraagt volgens deze nieuwe verdeling opeens 2000MW capaciteit, maar het bezit reeds alleen 1500 MW capaciteit. Hier moeten we dus een extra hoogspanningslijn plaatsen. De rest heeft allemaal nog voldoende capaciteit. We weten dat onderhoud aan een hoogspanningslijn 200.000 euro per kilometer per jaar zijn. In een driejarig termijn is dit 600.000 per kilometer. Het weghalen van een kilometer hoogspanningslijn kost echter 500.000. We kunnen dus alle onnodige lijnen met de grond gelijk maken, en 100.000 euro ermee verdienen. Laten we dit voorlopige plan begroten:

	afstand	capaciteit	investering	besparing
A - B	75 km	0	187.500.000	37.500.000
A - D	225 km	1	337.500.000	76.500.000
B - E	200 km	2	200.000.000	40.000.000
C - D	100 km	1	150.000.000	30.000.000
C - E	75 km	3	37.500.000	7.500.000
D - E	150 km	0	225.000.000	45.000.000
D - F	50 km	3	0	0
D - H	250 km	0	250.000.000	50.000.000
D - I	300 km	1	150.000.000	30.000.000
D - J	175 km	0	87.500.000	17.500.000
E - F	125 km	0	250.000.000	50.000.000
E - G	200 km	4	200.000.000	302.220.000
F - H	225 km	0	225.000.000	45.000.000
G - H	250 km	0	375.000.000	75.000.000
H - I	150 km	0	225.000.000	45.000.000
H - K	100 km	2	50.000.000	10.000.000
I - J	200 km	2	200.000.000	40.000.000
I - K	100 km	0	250.000.000	50.000.000

In dit plan slopen we dus alleen lijnen, in ruil voor 100.000 euro winst per kilometer. Behalve bij E-G. Daar leggen we namelijk een nieuwe lijn aan, waardoor bovenstaande nieuwe verdeling kan worden gebruikt. Dit leverde een winst op van 11.500 per uur. In drie jaar is dat dan: $11.500 * 3 * 365 * 24 = 302.220.000$ euro.

In totaal besparen we dus: 1.001.220.000 Euro. Dit schetst een soort van basis-

principe met betrekking tot optimalisering van de hoogspanningsleidingen. Nu op naar ons betere plan bedacht:

4 Het plan

Stel C wordt een 3MW centrale: $150.000.000$ (ombouwkosten) + $3*(120.000.000 - 100.000.000) = 210.000.000$ euro aan extra kosten.

We zetten ook een kerncentrale in D: $2.000.000.000 + 3*200.000.000 = 2.600.000.000$ euro aan extra kosten.

We halen de energiecentrale op F weg: $10.000.000 - 3*100.000.000 = -290.000.000$ euro, ofwel 290 miljoen opbrengst.

I wordt ook weggehaald: $10.000.000 - 3*120.000.000 = -350.000.000$ euro, ofwel 350 miljoen opbrengst.

(totale (om)bouw/verwijderings-kosten: 2,17 miljard)

Nu voeren we eerst bovenstaande wijzigingen door in Mathematica en kijken dan wat de optimale stroomdoorgave is. We passen ons electriciteitsnet vervolgens hieraan aan: (dezelfde methode als beschreven was bij optimalisatie).

In mathematica:

In =

```
minimalisant5 = .2(75(ab+ba) + 225(ad+da) + 200(be+eb) +  
100(cd+dc) + 75(ce+ec) + 150(de+ed) + 50(df+fd) + 250(dh+hd) +  
300(di+id) + 175(dj+jd) + 125(ef+fe) + 200(eg+ge) + 225(fh+hf) +  
250(gh+hg) + 150(hi+ih) + 100(hk+kh) + 200(ij+ji) + 100(ik+ki)) +  
200(a+c+k+g) + 175d
```

```
In = constr3 = {a <= 3000, b <= 0, c <= 3000, d <= 4000, e <= 0, f <= 0,  
g <= 3000, h <= 0, i <= 0, j <= 0, k <= 3000}
```

```
In = ConstrainedMin[minimalisant5, constr3, vars]
```

```
Out = \!\(\{3.045*^6, {ab -> 500, ba -> 0, ad -> 0, da -> 1000, be -> 0,  
eb -> 200, cd -> 0, dc -> 0, ce -> 2500, ec -> 0, de -> 0, ed -> 0,  
df -> 500, fd -> 0, dh -> 0, hd -> 0, di -> 0, id -> 0, dj -> 1000,  
jd -> 0, ef -> 0, fe -> 0, eg -> 0, ge -> 200, fh -> 0, hf -> 0,  
gh -> 500, hg -> 0, hi -> 0, ih -> 0, hk -> 0, kh -> 500, ij -> 0,  
ji -> 0, ik -> 0, ki -> 1200}\}\)
```

Als we aan bovenstaande stromingseisen willen voldoen, moeten we bij C-E en bij D-J een extra lijn bouwen. Laten we dat in een tabel zetten. Zoals we hierboven gezien hadden bracht het weghalen van een kabel 100.000 euro per kilometer op, dus ongebruikte kabels kunnen we ongestraft weghalen, laten we dat ook in de tabel verwerken:

	afstand	capaciteit	capaciteitsverandering	opbrengst
A - B	75 km	1	-4	30.000.000
A - D	225 km	2	-2	45.000.000
B - E	200 km	1	-3	60.000.000
C - D	100 km	0	-4	40.000.000
C - E	75 km	5	+1	-75.000.000
D - E	150 km	0	-3	45.000.000
D - F	50 km	1	-2	10.000.000
D - H	250 km	0	-2	50.000.000
D - I	300 km	0	-2	60.000.000
D - J	175 km	2	+1	-175.000.000
E - F	125 km	0	-4	50.000.000
E - G	200 km	1	-2	40.000.000
F - H	225 km	0	-2	45.000.000
G - H	250 km	1	-2	50.000.000
H - I	150 km	0	-3	45.000.000
H - K	100 km	1	-2	20.000.000
I - J	200 km	0	-4	80.000.000
I - K	100 km	3	-2	20.000.000
				440.000.000

(totale investeringskosten: 3,7 miljard)

5 conclusie

We zetten even alle investeringen en opbrengsten op een rijtje (in miljoenen euro's):

	investering	opbrengst
Lijnennetwerk aanpassen	3.700	440
Kerncentrale in D	2.000	-2600
C wordt 3GW	150	-210
F-centrale weg	10	290
I-centrale weg	10	350
Totaal	5.870	-1.730

Tot nu toe maken we dus 1.730.000.000 euro verlies met dit plan. We moeten echter niet vergeten dat we onze minimum variabele kosten omlaag hadden gekregen:

Vroeger:	3.233.000 per uur
nu:	3.045.000 per uur
verschil:	188.000 per uur

We besparen nu dus 188.000 euro per uur. Over 3 jaar gezien, is dat een besparing van $188.000 \times 3 \times 365 \times 24 = 4.940.640.000$ Euro!
In totaal is dit dus een besparing van $4.940.640.000 - 1.730.000.000 = 3.210.640.000$ euro. Dit is te bereiken door dus eerst 5.870.000.000 euro te investeren. Dit lijkt ons een goede manier om het electriciteitsnet meer efficiënt te maken.
Als we verder keken dan 3 jaar, konden we op zn minst nog een bezuiniging maken, en dat is door G te downgraden naar 2GW; de besparing in onderhoud is op lange termijn groter dan de kosten van de duurdere stroom n het ombouwen. Maar helaas was dit nog niet het geval binnen 3 jaar.